



TITLE:

# 1970 Tokyo Summer Institute for Theoretical and Experimental Physicsの報告

AUTHOR(S):

和田, 靖

---

CITATION:

和田, 靖. 1970 Tokyo Summer Institute for Theoretical and Experimental Physicsの報告.  
物性研究 1970, 15(3): 174-209

ISSUE DATE:

1970-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/88190>

RIGHT:

1970 Tokyo Summer Institute  
for Theoretical and  
Experimental Physics の報告

東大. 理 和 田 靖

( 1 1 月 1 1 日 受 理 )

量子流体をテーマとした summer institute が、8月26日から9月1日まで、宮城県作並で行われた。そのあらましを報告する。事務的な報告は物理学誌に発表する予定なので、ここでは学問的な報告に限ることにする。はじめにお断りしておきたいのは、この記録は全く informal なものなので、論文等に引用されることは、されないようお願いしておきたい。なお、講義については、後日 lecture note が出版される予定である。

講義のスケジュールは次の通りであった。

	午 前	午 後
8/27	Tsuzuki, Vinen,	informal meeting,
28	Vinen, Tsuzuki,	informal meeting, Greytak
29	Hohenberg, Maki,	informal meeting
30	Excursion	
31	Anderson, Hohenberg, Maki	
9/ 1	Anderson	

講義の標題は

T. Tsuzuki;	Temperature-Green-Function Method for the Fluctuation Superconductivity
W. F. Vinen;	The Scattering of Light by Superfluid Helium

和田 靖

T.J.Greytak ; Light Scattering from Rotons in Liquid Helium

P.C.Hohenberg; Hydrodynamics of Systems with Broken Symmetry

K.Maki ; Dynamics of Type II Superconductors

A.C.Anderson ; The Fermi Liquids  $\text{He}^3$  and  $\text{He}^3 - \text{He}^4$

以上である。

informal meeting は四度行われた。話題を提供されたのは、次の方々である。

8/27 超伝導でのゆらぎを中心として、山地邦彦（東大理），梶村皓二（電試），W.W.Webb（Cornell），高山 一（東大理），福山秀敏（東北大理）の諸氏から話があり，28日には超伝導一般に関して，三谷正男（日立中研），石井 力（東大理），B.T.Ulrich（U. of Texas），長島富太郎（東北大工），高中健二（東北大工），桜井明夫（物性研），黒田義浩（物性研）各氏が話をされ，29日には，山地邦彦（東大理），J.R.Clem（Iowa State）の超伝導についての話のあと，少憩して  $\text{He}$  についての informal meeting が続けられた。話をされたのは C.G.Kuper（Technion, Israel），斎藤慎八郎（東北大金研），G.Ahlers（Bell Labs），B.Brandow（Pattelle Seattle），T.R.Koehler（IBM San Jose）の各氏であった。話の内容については，後に紹介する。

#### 講義内容の紹介

。T.Tsuzuki（Kyusku）

「Temperature-Green-Function Method for the Fluctuation Superconductivity」

超伝導になる物質の温度を下げて来て，転移温度に近づくと，order parameter のゆらぎが顕著になり，電気抵抗をはじめ色々な性質が特異なふ

るまいを示す。この現象は数年来、理論・実験の両面で、多くの人々の関心の的となって来た。この講義では Aslamazov と Larkin によって示されたように、長い波長でひろがって行くゆらぎが、最も重要な役割を果すことを指摘し、その効果は温度グリーン関数を用いると見通しよく計算出来ることが示される。その結論はまず電気伝導度に対する電場の高次の項の影響を求めるのに応用される。温度差  $T - T_c$  の  $3/2$  乗に比例して小さくなる電場の強さがあって、外部電場がそれより強くなると、高次の項は無視出来なくなる。又、この効果は pure な物質ほど著しい。次に反磁性磁化率に対する磁場の高次の項の寄与が議論され、又 magneto-conductivity が電場については最低次、磁場については高次まで、色々な場の向きの場合に求められる。更に Hall 効果に対するゆらぎの利き方が、所謂 "Maki's process" の寄与の問題に関連して興味があることを指摘する。最後に critical range の話に触れる。温度がますます  $T_c$  に近づくと、問題にしているゆらぎの寿命がますます長くなるために、色々なゆらぎの間の相互作用が利いて来る。この相互作用が、各々のゆらぎのスペクトルをどう変えるかを self-consistent な方法で調べる。重要な結論は、ゆらぎのひろがり方を与える diffusion constant が前には constant であったのが、今度は  $T_c$  で発散する量になることである。これは  $T_c$  に近づくにつれ、長い波長のものだけに限定されて生残るその限定のしかたがよりきびしくなることを意味する。これが超伝導での long range order の出来かたなのである。

以上が講義の概略であるが、面倒な数学的技術の話に立入ることは出来なかったために、難解であるという印象を与えたかも知れないが、内容はきわめて示唆に富んだものであった。

◦ W. F. Vinen (Birmingham)

「The Scattering of Light by Superfluid Helium」

He による光散乱の実験が精度よく行われるようになったのは、ここ二年来的ことである。今後数年に亘って色々な実験がなされると思われるので、現在までのところ何がなされたか、将来何がなされ得るかを考えてみたいというのが、この講義の目的である。

簡単のために，液体は熱平衡に近い状態にあって，光が散乱される場合だけを考える。すると散乱は屈折率のゆらぎによっておこる。屈折率が周期的空間変化をしていると，回折格子の役割をして光が散乱される。振動数の変化は格子が動くことによる Doppler 効果である。屈折率が密度の関数であることを考えると，散乱の全強度は等温圧縮率に比例することは自然である。

散乱光のスペクトルは，密度-密度の相関関数を，二流体の hydrodynamic eqs. を解いて求める方法による。pure  $^4\text{He}$  からの Brillouin 散乱の特徴は，通常の液体と異って，定圧下のエントロピーのゆらぎが，第二音波として伝わるために，第一音波による Brillouin doublet (一つは音波の吸収，他は放出に対応) の他に，第二音波の doublet があることである。散乱強度比は  $(C_p/C_v) - 1$  に比例するので，通常は第二音波による doublet は弱過ぎて見えない。第一音波の doublet は laser による照射で，大きな散乱角のところで 700 MHz ほどの frequency shift を見出した。精度は 5.5 MHz 程度である。音速は 0.5%，減衰は 10% の精度で定めうる。

又 second viscosity が，frequency dependent であれば多くの phonon, roton が熱平衡からずれるような伝播しないゆらぎに対応して，スペクトル中に shift のない成分がある筈であるが，これも弱過ぎると云う。

一方  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  溶液では， $^3\text{He}$  濃度のゆらぎの影響で，第二音波の Brillouin doublet が見える筈で，これは実際に観測された。

$\lambda$  点近くでの散乱も興味深い。ただ通常の gas-liquid のときと違って，等温圧縮率の発散がゆるやかなために，critical opalescence を見出すには， $\lambda$  点に  $10^{-5}^\circ\text{K}$  くらい近くなければならぬという困難がある。他方  $C_p/C_v$  は大きくなるから，第二音波の効果は大きくなる筈である。又，second viscosity の影響も利いて来る筈であるが，これらの問題は殆んど手がつけられていない。実験上は，可視光の momentum transfer の上限を  $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$  とすると， $\lambda$  点に  $2 \text{ m}^\circ\text{K}$  まで近づく必要があると推測される。

以上のように，この講義は発展途上の分野の現状を，手ぎわよくまとめた。講師も述べているように，Brillouin 散乱からは，本質的に新しい知識はまだ得られていないが，将来は十分注目に値する。

。 T. J. Greytak (M. I. T.)

「Light Scattering from Rotons in Liquid Helium」

この講義は昨年始めて成功した He による光の Raman 散乱の話である。  
1 W のアルゴンレーザーを使って  $5145 \text{ \AA}$  の直線偏光した光の散乱角  $90^\circ$  で  
の散乱強度と偏光の様子を調べる。強度は Brillouin 散乱の  $10^3$  程度で、  
難しい実験である。Raman 散乱が重要である理由は、He 中に素励起を二つ励  
起して散乱されるために、エネルギー運動量保存則による制限が弱くなって、  
roton をはじめ素励起全体の様子を調べることが出来ることにある。

素励起のスペクトルから状態密度を計算すると roton minimum の 2 倍  
 $1.73^\circ\text{K}$ , local max. の 2 倍  $2.74^\circ\text{K}$ , 波数の max. のところの  $2.36^\circ\text{K}$   
の 3ヶ所に大きな peak があるが、Raman スペクトルには  $2.74^\circ\text{K}$  の peak  
は見出されなかった。これは光や素励起の相互作用が重要であることを意味し  
ている。又、散乱光は、殆んど偏光してはいないことも判った。

理論については Stephen の理論は、断面積の大きさや depolarization  
ratio は説明するが、 $2.74^\circ\text{K}$  のところに roton minimum の強度の  $1/3$  の  
peak を作ってしまい、これを素励起の中で説明しようとする neutron の  
data に合わなくなるという困難を生じた。最近 Ruvalds-Zawadowski と  
Iwamoto は独立に roton-roton の相互作用でこれを説明した。Ruvalds  
-Zawadowski は roton 間に  $\delta$  関数型の相互作用を仮定し、Iwamoto は  
separable potential と仮定した。状態密度の変化は大きく、相互作用が  
引力のときは、two roton の bound state が下に出来、 $2.74^\circ\text{K}$  の peak  
はなくなることが見出された。Ruvalds-Zawadowski によると、相互作用  
の強さ  $V_0$  は Landau-Khalatnikov の  $1.73 \times 10^{-38} \text{ erg cm}^3$  (斥力) の  
 $-1/10$  倍程度であるという。Ruvalds-Stephen は Landau-Khalatnikov  
の議論を引力の場合に拡張する仕事を行っている。

以上が、およその内容であるが、この講義は、講師の若さと相俟って、精  
気にあふれた見事なものであった。なお岩本氏は depolarization の問題に  
関連して  $\delta$  関数型相互作用では不十分であることを指摘されておられることを  
附記する。

。 P. C. Hohenberg (Bell Labs)

Hydrodynamics of Systems with Broken Symmetry

題は一般的であるが、取上げた問題は、ヘリウムと、Heisenberg model での反強磁性体である。ヘリウムに対しては流体論と kinetic theory はよく研究されているが、微視的な理論はまだ十分でない。反強磁性体については微視的な取扱いが多くあり、流体論にあたるものとしてスピン波の取扱いがあるが、kinetic theory はあまり発展していない。二つの体系は broken symmetry の系として共通であるので、その特徴をくらべることによって、新たな手掛りをうることが出来るかも知れないというのが、この講義の目的である。

まずヘリウムの流体論を復習する。order parameter が平衡値からずれたときは、まず短い relaxation time で local なエネルギーと密度で定められる値に落つき、次に流体論によるエネルギー、密度の時間変化によってゆっくりと relax して行く。これが流体論に対する考え方である。反強磁性体の流体論は staggered magnetization が平衡での向きからずれる方向を与える二つの角度を用い、その gradient で速度場を定義する。これが超流体の速度場にあたるもので、それから運動方程式を作る。その解はヘリウムの第四音波に相当して、スピン波を与える。

次に音波の吸収を例として、ヘリウムでの三段階の理論の関連を調べる。流体論で第一音波の dispersion relation を与えるが、kinetic theory を用いて、はじめてその結果が  $\omega \bar{\tau} \ll 1$  の時に正しいことが示される。 $\bar{\tau}$  は quasiparticle の衝突時間である。 $\omega \bar{\tau} \gg 1$  のときの吸収率を微視的理論から求めるには、three phonon process を考えるが、そのとき中間状態の phonon にも decay rate を考えておくことが大切である。この音波吸収の問題は実験とまだ合っていない状態にある。

反強磁性体に kinetic theory を適用するには、quasiparticle (magnon) が少いという条件  $(zS)^{-1} \ll 1$  と低温  $\tau \equiv k_B T / JzS \ll 1$  が必要である。 $z$  は nearest neighbor の数、 $S$  はスピンの大きさである。その条件で magnon の decay rate を求めると four magnon process を考えることになって、 $\epsilon \ll \tau^3$ , ( $\epsilon = \omega / 2JzS$ ) のときにのみ hydro-

dynamics の結論と一致することが判る。thermal magnon の decay rate が  $\bar{\tau}^{-1} \propto S^{-2} \tau^5$  であることから、ヘリウムの場合  $\omega \bar{\tau} \ll 1$  にくらべて、より高振動数域

$$\bar{\tau}^{-1} \propto S^{-2} \tau^5 \ll \epsilon \ll \tau^3$$

まで流体論が成立っている。これは three phonon と four magnon の差からくる。

最後にスピン波の damping の測定は、ヘリウムの音波のそれより難しいが極めて望ましいという希望を述べた。

◦ K. Maki (Tohoku)

「Dynamics of Type II Superconductors - Dynamical Properties of Kulik's Vortex State」

超伝導体の surface sheath states の性質を調べるために、表面に対し任意の角度をもってかけられた外部磁場による vortex state — Kulik の vortex state を dirty limit で考える。まず time dependent Ginzburg Landau 方程式 (TDGL) を導入し、static limit で表面での境界条件を考慮して近似的に解く。nucleation field の角度変化については、磁場が表面に平行に近いときは Saint-James の値によく合い、角度が大きくなると Tinkham の薄膜に対する値より小さく、ある角度で  $H_{c2}$  より小さくなるが、この辺では近似がよくないのであろう。

次に表面に垂直に microwave を入射したときの complex conductivity, surface impedance を計算する。microwave の電場が、磁場と面の法線の作る面内にあるとき (longitudinal) と、それに垂直なとき (transverse) の二つの場合をとりあげる。TDGL 方程式を、static solution からのずれを microwave 振巾の一次まで求めるように解き、電流を計算して complex conductivity を出す。更にその結果から、surface impedance を得る。longitudinal のときには surface resistance の角度変化に、磁場が面に平行なときに鋭い dip があることが判る。これは実験的にも見出されている。磁場が  $H_{c3}$  に近いときの surface resistance



和田 靖

の磁場微分の角度変化が図示されている。続いて transverse のときの結果を求めて、角度変化が longitudinal のときとかなり異なることを示す。

最後に TDGL による方法と linear response theory による方法の関係を論ずる。linear response theory による方法は Caroli-Maki と Thompson によって定式化されたが、それを現在の問題に適用する。

その結果 microwave frequency  $\omega$  が十分小さくて  $\omega/T_{c0} \ll 1$  であれば、TDGL の結果と同じになることが示される。最後に anomalous term と呼ばれる conductivity への寄与についてコメントする。この項を無視した方が flow resistivity の実験には都合がよいのであるが、この項は  $\text{He}_2$  のごく近くでしか利かないのであろうと推測されている。

。A.C. Anderson (Illinois)

「The Fermi Liquids  $\text{He}^3$  and  $\text{He}^3 - \text{He}^4$ 」

この講義の前半は liquid  $\text{He}^3$  の話で、後半は  $\text{He}^3 - \text{He}^4$  mixture の話である。まず  $\text{He}^3$  を殆んど相互作用のない Fermi 粒子の集りとするとき transport の性質にどのような事が云えるかを考える。Fermi 分布をしていることと、energy 保存則から relaxation time は  $10^{-12} T^{-2} \text{ sec K}^2$  の order であって、熱伝導率は  $T^{-1}$ 、viscosity, spin diffusion の係数は  $T^{-2}$  に比例することが判る。これらを測定出来るためには、粒子の lifetime による energy のぼけが  $k_F T$  より小さくしなければならず、0.1 K 以下の低温が必要である。定性的にはこれらの温度変化は、皆観測された。より定量的議論をするためには Landau の理論が必要になる。Landau 理論の結論と transport の実験結果は factor 2~3 の範囲で合わせることが出来るが、より重要なのは Zero Sound の存在である。これは  $2 \times 10^7 \text{ Hz}$  の音波の attenuation の温度変化を実測することによって確かめられた。比熱の温度変化は Landau 理論で説明がつかなかったが、liquid  $\text{He}^3$  の相互作用が強磁性的であることに着目した paramagnon の理論により実験との一致は改善された。残る問題は超流動の可能性であるが、2 mK まではその可能性はない。この温度領域での比熱の測定は、冷却のために CMN をなるべく多く用いることと、比熱の background を減らすために、それをなるべく少なくすることとの

かね合いがあって難しい。温度計の calibration ももう一つの問題で 1 mK 領域については、はっきりした結論は出ていない。CMN 温度スケールは 3 mK で 10 % くらいの誤差があるようである。

$\text{He}^3$  の希薄溶液では relaxation time が pure  $\text{He}^3$  のそれより一桁長く、又縮退温度が低いので、Landau 理論の適用範囲の中に、縮退した場合から古典的な場合までふくまれる。色々な性質の測定は 2.5 気圧以下、1 K 以下、 $\text{He}^3$  6 % 以下でなされている。最近では  $\text{He}^3$  間の相互作用を momentum transfer の巾級数に展開して、その係数を diffusion, 比熱・熱伝導率, 浸透圧などに合わせるように決める。このようにして決めた相互作用の zero momentum transfer の値はかなり圧力によって変化する。これは microscopic な理論計算とも関連して一つの問題である。溶液には zero sound はないであろうが、スピン波と第二音波の実測は出来るかも知れない。更に溶液中の ion mobility の問題、超流動の可能性などに触れ、最後に dilatation refrigerator を 0.01 K で連続運転する話を述べた。

#### Informal Meeting の紹介

話題を提供された方々の氏名は、前に記したが、その標題は次の通りである。

8/27 超伝導でのゆらぎ

山 地 邦 彦 ;  $T_c$  近傍における薄膜の Excess Conductivity

梶 村 皓 二 ; Fluctuations in the Resistive Transition  
in Al Films

W.W.Webb ; Fluctuations at the Onset of Resistance in  
the 1-Dimensional System

高 山 一 ; 超伝導ゆらぎの S-I-N Junction 電流への効果

福 山 秀 敏 ; Fluctuation of Order Parameter and Hall  
Effect

和田 靖

8/28 超伝導

三 谷 正 男 ; 新ジョセフソン素子

石 井 力 ; S-N-S junction の Josephson 電流

B.T.Ulrich ; Fluctuations in Bulk Superconductors, —  
Josephson 効果による観測

長 島 富 太 郎 ;  $H_{c2}$  の異方性について

高 中 健 二 ; 低温での pure 超電導体の  $H_{c2}$  の異方性について

桜 井 明 夫 ; 磁気不純物を含んだ超伝導体に関するコメント

黒 田 義 浩 ; 磁気的不純物を含む超伝導体に於ける order parameter  
の局所変化と Gap 中の Isolated Level

8/29 超伝導

山 地 邦 彦 ; 8/27 のつづき

J.R.Clem ; 超伝導体における Flux-Flow ノイズ電圧の理論

8/29 Helium

C.G.Kuper ; 希薄な  $He^3$ - $He^4$  溶液中の  $He^3$  原子間有効相互作用

斎 藤 慎 八 郎 ;  $^3He$ - $^4He$  混合液体の  $\lambda$  点近傍での N.M.R. 線巾

G.Ahlers ; Heat Flow in Liquid He at High Critical  
Velocities

B.Brandow ; Perturbation Theory of Liquid  $He^4$

T.R.Koehler ; Self-Consistent Phonon Theory Applied to  
Solid Helium

G.Ahlers ; 超流動転移点近傍での  $He^3$ - $He^4$  混合液の熱伝導度

Informal Meeting については他に出版の予定がないので、比較的に詳しい報告を載せる。内容は、日本人の発表者については、御自分でまとめて頂き、外国人の分は日本人出席者の中の適当な方の手を煩わした。御協力下さった方々に心から御礼申し上げる。

8/27 超伝導でのゆらぎ

。 山地邦彦 (東大理)

「 $T_c$  近傍における薄膜の Excess Conductivity」

## § 1. Langevin 方程式による計算

相転移点  $T_c$  近傍上側において A. Schmid は秩序度変数  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  に対する Langevin 方程式を仮定し, 超伝導体の nonlinear excess conductivity を計算した。T. Tsuzuki は温度 Green 関数の方法で全く同じ結果を得た。今この  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  に対する Langevin 方程式に  $\Psi$  について 3 次の項の効果を新たに含ませて  $T_c$  近傍下側にまで拡張する。即ち, 次の方程式を仮定する。

$$r \left( \hbar \frac{\partial}{\partial t} - 2ie\tilde{V} \right) \Psi = - \left[ (-i\hbar\nabla + 2e\mathbf{A}/c)^2 / 2m - \alpha' \right] \Psi + f(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

$$\alpha' = \alpha - \beta' \langle |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle \quad (2)$$

上式で random force  $f(\mathbf{r}, t)$  を除いた部分は TDGL 方程式を線型化したものであり,  $\beta' = 2\beta$  である。 $f(\mathbf{r}, t)$  は次の性質をもつと仮定する。

$$\langle f^*(\mathbf{r}, t) f(\mathbf{r}', t') \rangle = 2\hbar r k_B T \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \quad (3)$$

以上の仮定に基づき, 厚さ  $d \ll \xi(T)$  の薄膜において  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  で表わされる部分の電子系が寄与する電気伝導度, 即ち excess conductivity, を計算する。面に平行な電場  $\mathbf{E}$  を表わすために  $\tilde{V} = 0$ ,  $\mathbf{A} = -c\mathbf{E}t$  なるゲージをとり,  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  の Fourier 成分  $\Psi_{\mathbf{q}}(t)$  について解き, 次式が導ける。

$$\begin{aligned} \langle |\Psi_{\mathbf{q}}(t)|^2 \rangle &= \frac{2k_B T}{V\hbar r} \int_{-\infty}^t dt' \exp \left\{ -\frac{2}{r\hbar} \int_{t'}^t dt'' \right. \\ &\quad \times \left[ \frac{1}{2m} (\hbar\mathbf{q} - 2e\mathbf{E}t'')^2 - \alpha' \right] \left. \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

excess current  $\mathbf{J}'$  および excess conductivity  $\sigma'(T, \mathbf{E}) = \mathbf{J}'/\mathbf{E}$  は

$$J' = -\frac{2e}{m} \sum_q (q - 2eA/c) \langle |\Psi_q(t)|^2 \rangle, \quad (4)$$

$$\sigma'(T, E) = \sigma'(T, 0) \int_0^\infty dx \exp \left\{ \frac{\alpha'}{|\alpha'_0|} x - \left[ \frac{E}{E_c(T)} \right]^2 x^3 \right\}, \quad (5)$$

$$\sigma'(T, 0) = \frac{e^2 k_B T r}{2 \pi n d |\alpha'_0|} \quad (6)$$

$$E_c(T) = \frac{\sqrt{3m} |2\alpha'_0|^{3/2}}{e n r} \quad (7)$$

となる。ここで  $\alpha'_0 = (\alpha')_{E=0}$ 。  $\alpha' = \alpha$  とおけば上記は Schmid の結果と同じになるが、今の場合  $\alpha'$  は電場依存性をももち、式(2)をみたすように決めなければならない。 $\langle |\Psi(r, t)|^2 \rangle$  は(3)を  $q$  について加えて得られ、 $\alpha'$  についての self-consistency 方程式は次式のようになる。

$$\alpha' = \alpha - \frac{\beta m k_B T}{\pi n^2 d} \int_0^\infty dt \frac{1}{t} \left[ 1 - e^{-\frac{2\epsilon_c t}{n r}} \right] \exp \left\{ \frac{2\alpha' t}{n r} - \frac{e^2 E^2 t^3}{3 m n r} \right\} \quad (8)$$

ここで  $\epsilon_c$  は cutoff parameter である。弱電場の極限では  $\alpha' = \alpha'_0$  となり、 $\sigma'(T, 0)$  は Marcelja 達の結果と実質的に一致する。 $E \neq 0$  のとき  $\alpha'$  を通ずる  $\sigma'$  の  $E$  依存性は弱く、これを無視すると  $\sigma'(T, E)/\sigma'(T, 0)$  は  $[E/E_c(T)]^2$  の universal 関数になる。更に高電場の極限では

$$\sigma'(T, E) \cong \frac{1}{3} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) A \sigma_N / E^{2/3} \quad (A \text{ は定数}) \quad (9)$$

となり、温度に依存しない。

## § 2. 実験との比較

梶村、御子柴両氏は厚さ  $100 \text{ \AA}$  のアルミニウム薄膜について  $T_c$  近傍下側で  $\sigma'(T, E)$  を測定した。彼らによると、温度を固定して  $\sigma'(T, E)$  対  $E$  の測定点を両対数グラフ上に書き込み、 $\sigma'(T, 0)$  と  $E_c(T)$  とを適当に選んで  $\sigma'(T, E)$  の理論曲線を測定点にあわせると、データは6桁にわたって理論曲線によくのっている。高電場の極限では各温度におけるデータは式(9)で表わされる直線に集っている。このとき  $A_{obs} = 20 (\text{mV/cm})^{2/3}$  であるが、

$A_{calc} \cong 8.6 (\text{mV/cm})^{2/3}$  である。次に弱電場の極限では  $\sigma'(T, 0) \propto \exp(\epsilon T_c / \epsilon'_0 T)$  となる。ここで  $\epsilon = (T_c - T) / T_c$ ,  $\epsilon'_0 = 7 \zeta(3) \hbar R_N^{sq} / \pi^4 e^2$ , この指数関数的振舞いははっきり現れ,  $(\epsilon'_0)_{obs} = 0.45 (\epsilon'_0)_{theor}$  である。以上の理論と実験とのよい一致から, 薄膜については  $T_c$  近傍下側でかなり広い温度範囲において  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  を § 1 の Langevin 方程式で記述し得ると結論できる。

### § 3. 微視的な計算

§ 1 の式 (4) および (8) が全くそのままの形で微視的に導けることを示す。T. Tsuzuki の  $T > T_c$  における温度 Green 関数による方法は, fluctuation propagator (f.p.) に対する Dyson 方程式の段階で虚数時間から実時間に解析接続を行うことにより, はるかに簡単になる。解析接続により得られる f.p. に対する方程式は, 空間的に一様な電場がある場合は簡単に解けて次の解が得られる。

$$g^2 \langle [\tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}(t), \tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}^+(t')] \rangle = \frac{\text{sgn}(t-t')}{i N(0) \lambda_0} \times \exp \left\{ -\text{sgn}(t-t') \int_{t'}^t dt_1 \varphi[\bar{\mathbf{q}}(t_1)] \right\}, \quad (10)$$

$$g^2 \langle \{ \tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}(t), \tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}^+(t') \} \rangle = \frac{4T}{N(0) \lambda_0} \int_{-\infty}^{\min(t, t')} dt_1 \times \exp \left\{ -\int_{t_1}^t dt_2 \varphi[\bar{\mathbf{q}}(t_2)] - \int_{t_1}^{t'} dt_2 \varphi[\bar{\mathbf{q}}(t_2)] \right\} \quad (11)$$

ここで  $g$  は BCS coupling parameter,  $\tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}(t) = \sum_{\mathbf{p}} \tilde{a}_{\mathbf{p}\downarrow} \tilde{a}_{\mathbf{q}-\mathbf{p}\uparrow}$ ,

$$\varphi[\bar{\mathbf{q}}(t)] = \frac{\lambda}{\lambda_0} [\bar{\mathbf{q}} + 2e\mathbf{A}(t)]^2 - \frac{\epsilon}{\lambda_0}, \quad (12)$$

$\lambda_0 = \pi / 8 T_c$ ,  $\lambda = Q / 2 m N(0) = \lambda_\tau / 2 m$  ( $\lambda_\tau$  は Gorkov の parameter) である。 $\hbar = k_B = 1$  としてある。excess current は

$$J'(t) = -\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}} \frac{eQ}{m} [\mathbf{q} + 2e\mathbf{A}(t)] g^2 \langle \{\tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}(t), \tilde{\Psi}_{\mathbf{q}}^{\dagger}(t)\} \rangle \quad (13)$$

となるが、 $\alpha, \beta, r$  についての微視的關係を使うと、これは Schmid が Langevin 方程式により得た式と完全に一致する。

次に  $T_c$  近傍で f.p. D の間の相互作用が重要になる温度領域を考える。最低次の相互作用だけを self-consistent に取扱うとき、虚数時間における f.p. D に対する Dyson 方程式は下のようになる。

$$D(x, x') = D_0(x, x') + \int d1 D_0(x, 1) [\zeta(1) + \hat{K}(1)] D(1, x'), \quad (14)$$

$$\zeta(x) = -2BD(x, x'), \quad B = 7\zeta(3)N(0)/8(\pi T)^2,$$

$$\hat{K}(x) = \frac{2eQ}{m} \mathbf{A}(x) \cdot \left[ \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - e\mathbf{A}(x) \right]$$

これを実時間に解析接続して若干の変形を行うと、式(4), (8)が全くそのままの形で導ける。

◦ K. Kajimura and N. Mikoshiba (Electrotechnical Lab.)

「Fluctuations in the Resistive Transition in Al films」

2次元超伝導体 Al の面抵抗を  $10^{-1} \sim 10^3$  ohm/sq にわたって変え、その抵抗遷移を測定した。今回は特に  $T > T_c$  の振舞についての実験結果を示した。すべての試料についてゆらぎによる余分の電気伝導度  $\sigma'$  は Aslamazov<sup>1)</sup> - Larkin 項<sup>2)</sup> と Maki 項 の和で書ける：

$$\sigma'/\sigma_N = \epsilon_0^{AL}/\epsilon + 2 [\epsilon_0^{AL}/(\epsilon - \delta)] \ln \epsilon/\delta$$

$\epsilon_0^{AL} = e^2/16\pi d \sigma_N$ ,  $\epsilon = (T - T_c)/T_c$ ,  $\delta = (T_{c0} - T_c)/T_c$  は Maki 項の cutoff で  $T_{c0}$  は pair-breaking のないときの original の  $T_c$  の値である。 $\delta$  に対する平行磁場の効果と面抵抗  $R_N^{sq}$  の効果を調べた結果、

$$\delta(H_{\parallel}) = \delta(0) + \frac{1}{3} [ed\xi(0)/nc]^2 H_{\parallel}^2$$

$$\delta(0) = 6 \times 10^{-4} R_N^{sq}$$

のように、磁場のないときも有限の値が存在し、さらに  $R_N^{sq}$  に比例することを確認した。 $R_N^{sq}$  が小さいとき、すなわち純度のよい試料ほど  $\delta(0)$  が小さく、したがって Maki 項が大きくなることを示している。しかし  $\delta(0)$  の存在の理由は明確でなく、 $T_c$  をおし下げるパラメーターとして、今後解かれるべき問題である。

- 1) Fiz. Tverd. Tela 10, 1104 ('68)
- 2) Progr. Theor. Phys. 39, 897 ('68) ; 40, 193 ('68)  
see also Thompson, P.R. B1, 327 ('70)

。 W.W. Webb (Cornell University)

[Fluctuations at the Onset of Resistance in the  
1-Dimensional System ]

$10^{-9} \text{ cm}^2$  の Sn のウィスカーの抵抗遷移を  $T_c$  近くで測定した。一接点をもつ超伝導の weak link を用いて、 $10^{-9} \text{ A}$  の電流で  $10^{-15} \text{ V} \sim 10^{-10} \text{ V}$  を検出することができた。Webb はかねてから超伝導素子を用いて微小電圧、微小磁場の測定を行っており、flux creep の測定など意欲的な実験がある。今回は先に発表した<sup>1)</sup> 一次元超伝導体での臨界電流の温度依存性が、ゆらぎのために平均場理論からずれ、Langer-Ambegaokar 理論<sup>2)</sup> に一致することを示した実験をさらに進めた実験を発表した。Sn のウィスカーの抵抗遷移を有限電流および微小電流極限で測定した。測定方法、測定結果の詳細は LT 12 の Proc. に載せられるはずである。 $T < T_c$  では LA の提出した熱的なホッピングのモデルがよい説明を与える。すなわち、電圧  $V$  は  $n \Gamma(T) / 2e$  で与えられ、その rate  $\Gamma(T)$  は  $\Omega(T) \exp [-\Delta F(I, T) / k_B T]$  で与えられる。しかし  $\Omega(T)$  は最近の Mc Cumber-Halperin<sup>3)</sup> の TDGL を用いた理論値に近く LA より 10 ケタ小さいことが実験的に検証された。さらに実験結果は Marčelja ら<sup>4)</sup> の 1 次元理論の結果と全く異なることが指摘された。 $T > T_c$  では Tucker-Halperin 理論<sup>5)</sup> と合うことを指摘したが、Parks ら<sup>6)</sup> は  $T > T_c$  における詳細な測定から AL の 50 倍近い伝導度を観測し、Maki 項の存在が一次元においても確認されたことをつけ加えておく。



- 1) Phys. Rev. Lett. 20, 461 ('68)
- 2) P.R. 164, 498 ('67)
- 3) P.R. B 1, 1054 ('70)
- 4) P.R. 188, 745 ('69)
- 5) to be published
- 6) LT 12, 5×P4

。 高山 一 (東大理)

「超伝導ゆらぎの S-I-N Junction 電流への効果」

$M_1$ -I- $M_2$  junction で、温度を  $M_1$  の転移温度より充分低く、 $M_2$  の転移温度  $T_c$  よりわずかに高くすると、 $M_2$  における超伝導ゆらぎ効果のため、電流-電圧特性が通常の S-I-N junction のそれから変化してくる。その一つは  $M_1$  のエネルギーギャップに相当する電圧で現われる小さな構造で、これは  $M_2$  の電子状態密度がゆらぎのため変化したことによる。<sup>1)</sup> 更に  $T - T_c$  程度の電圧でピークが現われるが、これはゆらぎのために  $M_2$  に生じた Cooper 対がトンネルする事による寄与と理解される。<sup>2)</sup> 後者を微視的に議論するため次のハミルトニアンをとる。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0^L + \mathcal{H}_0^R + \mathcal{H}_{\text{tun}} + \mathcal{H}_{\text{int}}, \quad (1)$$

$\mathcal{H}_0^L, \mathcal{H}_0^R$  はそれぞれ左右の孤立系のハミルトニアンで、 $\mathcal{H}_{\text{tun}}$  は通常のトンネルハミルトニアン、 $\mathcal{H}_{\text{int}}$  は左右の電位差を表わす。トンネル電流  $J$ , junction 伝導率  $\sigma$  は温度グリーン関数の方法で計算される。

$\mathcal{H}_{\text{tun}}$  の 2 次までの  $J$  に対するゆらぎの効果は  $M_2$  の電子状態密度の変化を通して効くだけである。 $\mathcal{H}_{\text{tun}}$  の 4 次までの  $J$  には、種々のプロセスでゆらぎが効いてくるが、最も大きなキヨは Cooper 対のトンネルによるもので、それは、

$$J^{\text{SF}} = -16e^2 \Omega_r^2 \mathcal{J}_m \left[ \sum_{\mathbf{k}} K(\mathbf{k}, \mathcal{J}) \left\{ T \sum_{\epsilon_n} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} T_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^* T_{\mathbf{p}, \mathbf{q}-\mathbf{k}} \right. \right. \\ \left. \left. \times F_{\ell}^+ (\mathbf{p}, \epsilon_n) G_R (\mathbf{q}, \epsilon_n) G_R (-\mathbf{q} + \mathbf{k}, -\epsilon_n) \right\}^2 \right] \quad (2)$$

与えられる。 $\Omega$  は junction の両側の体積,  $K(\mathbf{k}, \omega)$  はゆらぎの伝播子,  $F_L^+$ ,  $G_R$  は左右の電子グリーン関数。ここで粒子のトンネルが specular であると, 行列要素  $T_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}$  に対して  $\mathbf{p} \parallel \mathbf{q}$  なら  $T_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} = 0$  なる制限がつき, 従って (2) 式で  $k_{\parallel} = 0$  となる ( $A_{\parallel}$  はベクトル  $\mathbf{A}$  の barrier 表面に対して平行な成分)。一方トンネルが diffuse であるとそのような制限がなく, (2) 式の  $k_{\parallel}$  和を実行する。この違いが  $J^{\text{SF}}$  の結果に強く効く。junction の両側が正常状態である時の電流  $J^{\text{NN}}$  を用いて,

$$\frac{J^{\text{SF}}}{J^{\text{NN}}} = \begin{cases} \frac{2 \epsilon v_F E C^2}{d} \cdot \frac{1}{t_H^2 + (2eVB)^2} & (\text{specular}) \quad (3) \\ \frac{\epsilon c^2 a \xi}{16 r d A} \cdot \frac{1}{2eVB} \left\{ \tan^{-1} \frac{2eVB}{t_H} - \tan^{-1} \frac{2eVB}{Ak_c^2 + t_H} \right\} & (\text{diffuse}) \quad (4) \end{cases}$$

但し,  $\xi$ : coherence の長さ  $= r v_F / \pi^2 T$ ,  $d$ :  $M_2$  フィルムの膜厚,  $a$ : junction の断面積,  $\epsilon$ :  $\sigma^{\text{NN}} \equiv \epsilon N(0) v_F$  で定義される無次元のパラメーター,  $v_F$ : フェルミ速度,  $N(0)$ : フェルミ面での状態密度,  $c$ :  $M_1$  のギャップと温度による数係数,  $A, B, t_H$  は  $K(\mathbf{k}, \omega)$  に現われる係数 ( $K(\mathbf{k}, \omega)^{-1} = -N(0) \cdot (t_H + Ak^2 - iB\omega)$ ,  $t_H = (T - T_c) / T + A(eHd)^2 / 6$ ),  $k_c$ : cut-off 波数。Junction 伝導度  $\sigma^{\text{SF}}(\omega) / \sigma^{\text{NN}}$  は, (3), (4) 式で  $2eV$  を  $\omega$  に置換して得られる。両式は, トンネル電流から  $K(\mathbf{k}, \omega)$  の情報を知るための重要な式である。尚, specular の場合の (3) 式は数係数を除いて, Scalapino<sup>3)</sup>, Ferrell<sup>4)</sup> の得た結果と一致している。

- 1) H. Takayama, Prog. Theor. Phys. 43 (1970), 1445
- 2) H. Takayama, preprint.
- 3) D. J. Scalapino, Phys. Rev. Letters 24 (1970), 1052.
- 4) R. A. Ferrell, J. Low Temp. Phys. 1 (1969), 423.

○ 福山秀敏 (東北大理)

[ Fluctuation of Order Parameter and Hall Effect <sup>1)</sup> ]

転移温度上の超伝導体に於けるオーダーパラメタのゆらぎが熱力学的な物理

量及び輸送係数に及ぼす影響については最近盛んに研究が行なわれているが、ホール効果に関しては単純な現象論 (GL理論) の範囲ではゆらぎから有限の寄与が生じない。しかし、電気抵抗に対しては GL理論で取り扱える項 (AL項) の他に同じ程度の大きさの寄与をもつ項 (Maki項) が存在する事が微視<sup>2)</sup>的な理論からわかっている<sup>3)</sup>。そこで、弱磁場中の  $\sigma_{xy}$  に対する厳密な式を用いて、種々の過程の影響を  $\sigma_{xx}$  に対する近似と同じ範囲で調べた。結果は Maki 項に対応する項から ( $\sigma_{xy}^0 = \frac{ne^2\tau}{m} \omega_c \tau$ )

$$\Delta \sigma_{xy} / \sigma_{xy}^0 = \frac{\pi}{2} \sum_q \frac{1}{Dq^2 - i\omega} \mathcal{X}(q, 0) \quad (1)$$

が得られる。(1) の値は Maki 項からの  $\sigma_{xx}$  に対する寄与  $\sigma_{\mu}' / \sigma_{xx}^0$  ( $\sigma_{xx}^0 = \frac{ne^2}{m} \tau$ ) の 2 倍である。

(1) により Hall angle は 3 次元で ( $\eta = (T - T_c) / T_c$ )

$$\theta \equiv \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \tau \left[ 1 + \frac{9\sqrt{3}}{16} \pi^{3/2} \left( \frac{T_c}{\epsilon_F} \right)^{1/2} (p_F \ell)^{-3/2} \eta^{-1/2} \right]$$

又、2 次元では

$$\theta = \omega_c \tau \left[ 1 + \frac{2\eta_0}{\eta - \delta} \ln \frac{\eta}{\delta} - \frac{\eta_0}{\eta} \right]$$

となる。ここで  $\eta_0 = e^2 / 16R_0$  ( $R_0$  は単位面積当りの normal 状態での抵抗) 及び  $\delta$  は或る cut off パラメタである。特に 2 次元の場合には  $T_c$  にそれほど近くなく、 $\sigma_{xx}$  に対する寄与が Maki 項だけで近似出来る場合には、ホール係数は

$$R = \sigma_{xy} / H \sigma_{xx} \sigma_{yy} = 1$$

となる。

実験が望まれる。

1) H. Fukuyama, H. Ebisawa and T. Tsuzuki ; Submitted to Phys. Letters.

2) K. Maki ; Prog. Theor. Phys. 40 (1968) 193.

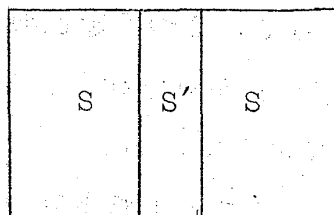
- 3) H. Fukuyama, H. Ebisawa and Y. Wada ; Prog. Theor. Phys. 42 (1969) 494.

8/28 超伝導

。 三谷正男 (日立中研)

「新ジョセフソン素子」

最近、山藤助教授ら (九大工)<sup>1)</sup> によって、新しいタイプのジョセフソン素子が提案された。この素子は従来の SIS, SNS 素子の I, N を type-II 超伝導体の S' に置き換えるというもので、その時、 $T_c(S') < T_c(S)$ ,



→|d|←

$H_{c1}(S') < H_{c1}(S)$  or  $H_c(S)$ ,  $d < \xi(S)$  など

が条件となる。そもそも type-II 超伝導体が mixed state あるいは flux-flow state に

ある時、各々の vortex のまわりで local な

Josephson effect が見られることから、このよ

うな素子が存在しても不思議ではない。ただし DC,

AC 効果が clear に観測されるためには、vortex

の侵入をおそらく一列でしか許さないことが必要であると考えられる。

この idea を確める目的で、Pb-In-Pb という構造の素子を室温蒸着で作り、2~3 時間の拡散により In 層を  $Pb_{50}In_{50}$  の合金層に変化させて、その素子特性を測定した。 $Pb_{50}In_{50}$  になっていることは、この拡散の時間変化を X 線回折線の時間変化から推定して求めた。ただし中心部が  $Pb_{50}In_{50}$  で、それから離れるに従って In 濃度がかなり急激に減少するという分布をしている。 $Pb_{50}In_{50}$  の  $T_c = 6.3^\circ K$ ,  $H_{c1}(4.2^\circ K) = 1500 \text{ Oe}$ , Pb のそれらは  $7.2^\circ K$ ,  $500 \text{ Oe}$  である。

詳細な実験結果は省略し、結論だけを述べると

- (a) この素子の barrier 部分に濃厚なガス不純物が固溶して、 $H_{c1}(S') \rightarrow 50 \text{ Oe}$  と下げ、またその部分の coherence length も外側の dirty Pb のそれよりも小さくしていた。
- (b) 多くの microshorts (dia. = 数  $10 \sim 100 \text{ \AA}$ ) を持つ薄い酸化物層

和田 靖

が存在していた。

という二つの可能性が考えられ、今のところ、どちらとも断定できない段階である。

- 1) K.Yamafuji, T.Ezaki, T.Matsushita, F.Irie, private communication (to be published in Proc. of LT12, Kyoto, 1970)

。 石井 力 (東大理)

「SNS-junction の Josephson 電流」

絶縁体をバリアーとするトンネル素子 (SIS 素子) が印加電圧ゼロで、2つの超伝導体片のオーダー・パラメタの相対位相  $\phi$  に関係した電流  $j = j_0 \sin \phi$  を荷いうることは、DC-Josephson-効果としてよく知られている。今絶縁体の代りに正常金属 (例えば Cu) を夾むことによって、2つの超伝導体間の位相結合を弱める場合 (SNS 素子) において、電流と相対位相の関係はどうなるであろうか。この問題を次の単純化した模型で考えてみる。

模型。a) 正常状態では、素子をなす3つの金属 S, N, S' はいずれも同一の Fermi energy をもつ自由電子とみなす。b) S, S' は同一超伝導体で、電子はこれらの中で BCS 結合  $g_S$  を有し、N 中では BCS 結合をもたない。c) N の厚さ ( $= 2d$ ) は、S ( $= S'$ ) の bulk coherence length  $\xi_0$  に比して充分大きい。d) 系は充分低温におかれており ( $T \ll T_c^{(\text{bulk S})}$ )、又、S, N, S' は何れも不純物を含まない。

この系を流れる超電流を計算する際、通常の tunneling Hamiltonian の方法は適用出来ない。即ちバリアー領域での電子運動をも考慮する必要となる。代りに我々は、Josephson によって導かれた、バリアー・超電流に対する一般化された表式を用いる。この式によれば、もし我々が、i) SNS 系のオーダー・パラメタの空間分布  $\Delta(x)$ 、と ii) これに consistent な Green 関数、を知れば、電流を計算出来る。a) ~ d) の仮定に立てば、本来 self-consistent な量である  $\Delta(x)$  を、一次元的な階段関数でおきかえてよからう。ただし、電流を荷っていることに対応して左右の超伝導体間に、 $\phi = \beta - \alpha$  の位相のずれがあるとする。こうして問題を potential 問題にお

きかえることにより，我々は SNS 複合系全体にわたる電子運動を記述する Green 関数を構成した。これは，pair potential の不連続点である SN 境界での多重散乱の効果をフルに含んでおり，とくに電子エネルギーが S の gap より小さいときに生じる，バリアーに局在するモードも記述出来る。

特に  $T = 0^\circ\text{K}$ ， $2d \gg \xi_0$  の結果として，

$$j = j_0 \cdot S(\phi)$$

$$j_0 = (2e v_F) \cdot \frac{m k_F}{2\pi^2} \cdot \left[ \left( \frac{\xi_0}{2d} \right) - \frac{2}{3} \left( \frac{\xi_0}{2d} \right)^2 + \dots \right],$$

$$S(\phi) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-)^{n+1} \sin n\phi / n$$

$$= \phi - 2m\pi, \quad (2m-1)\pi \leq \phi \leq (2m+1)\pi,$$

がえられた。SIS 素子の場合と異って，高調成分  $\sin n\phi$  があらわれるが，これは SN 界面での多重非対角散乱の結果生じる，多重対の tunneling による Josephson 電流と理解できる。

。 B. T. Ulrich (Texas)

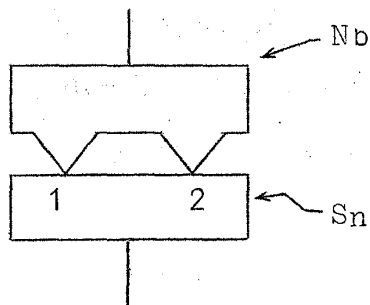
「Fluctuations in Bulk Superconductors

Josephson 効果による観測」

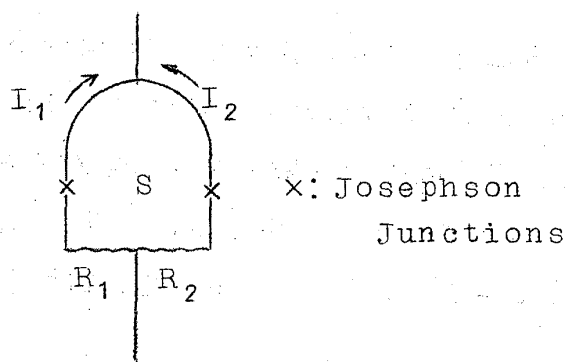
金属の二点間の phase の差  $\phi$  は  $T < T_c$  では凝縮系波動関数の位相差  $r_2 - r_1$  で， $T > T_c$  では電位差の積分

$$\phi \equiv \frac{2e}{\hbar} \int (V_2 - V_1) dt \quad (1)$$

として定義される。以下で  $\langle \phi(t) \rangle_t$  およびそのゆらぎ  $\delta \phi$  の  $T_c$  近傍での温度変化を考えよう。第 1 図のような系を考える。Nb の  $T_c$  は  $9.46^\circ\text{K}$ ，Sn (純度 five 9'S) の  $T_c$  は  $3.72^\circ\text{K}$  であるが，点接触のところは圧力のため塑性変型をして  $T_c = 3.9 \sim 4.1^\circ\text{K}$  になっている。このため Sn の  $T_c$  付近で 1, 2 は Josephson Junction になっている。これを第 2 図に模式的に記す。これは Josephson 干渉計になっていて，S の部分を貫ぬく磁束を



第 1 図



第 2 図

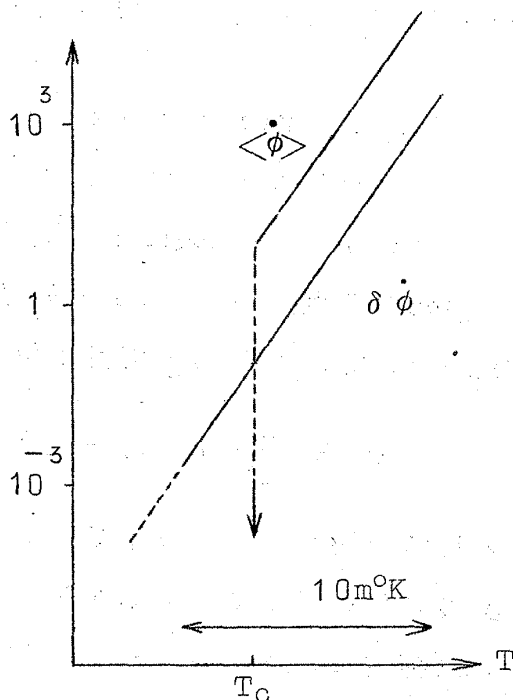
$\Phi$ , 磁束量子を  $\Phi_0$  とすると全電流は  $J_T = I \sin (\phi + 2\pi\Phi/\Phi_0)$  であらわされる。(1) より  $\phi = (2e/\hbar) (R_2 I_2 - R_1 I_1)$  であり, 更にゆらぎは Johnson-Nyquist 雑音として  $\delta\phi = (4e/\hbar) (kT/L)^{1/2} (R_1 + R_2)$  であらわされる。(L は系のインダクタンスである)  $\langle\dot{\phi}\rangle$ ,  $\delta\dot{\phi}$  いずれも  $T \rightarrow T_c$  の時 R に伴って変るが比 Q は一定であろう。測定では,  $\Phi$  を  $\sin \omega t$  で変化させる。  $J_T$  の  $\sin \omega t$ ,  $\cos 2\omega t$  の成分を lock-in 増巾器でとり出すと signal には, ベッセル関数の係数を別にして, 各々  $\cos \phi(t)$ ,  $\sin \phi(t)$  を得るから, これより  $\langle\dot{\phi}\rangle$ ,  $\delta\dot{\phi}$  を求めればよい。およその結果は第 3 図に示されている。  $T > T_c$  で予想通りである。  $T = T_c$  で  $\langle\dot{\phi}\rangle$  は急激に 0 になり位相の coherence を示すが  $\delta\dot{\phi}$  は連続的につながり, 傾きもそのままであることは注目される。

(海老沢 記)

文献

B. T. Ulrich, Phys. Rev. Letters

20 (1968), 381



第 3 図

。 長島 富太郎 (東北大工)

「 $H_{c2}$  の異方性について」

Nb の  $H_{c2}$  の方向依存性に特徴的なことは, pure な sample では  $T_c$  に  
近づくに従い, また alloy では不純物濃度が増すに従って, 方向依存性が減  
少することである。Hohenberg と Werthamer (P. R. 153 (1967), 493)  
は, この方向異存性を GLAG 理論への non-local な correction と  
Fermi surface の non-sphericity によって説明した。non-locality  
の程度を表わす parameter は

$$\epsilon \equiv \frac{2eH_0 \langle v^2 \rangle}{c(2\pi T_c)^2} \frac{1}{(t+\lambda)^2}$$

である。e は電子電荷, c は光の速度,  $H_0$  は applied field,  $T_c$  は遷移  
温度。t は reduced temperature で,  $\lambda$  は m. f. e. を表わす parame-  
ter。  $\langle v^2 \rangle$  は Fermi 面上での速度の自乗平均。H-W は non-locality  
による最低次の補正だけを考慮した式を導出した。

一方, Farrell たち (P. R. 176 ('68), 562) は, 彼らの実験結果が

$$H_{c2}(\alpha, \beta, r; t, \lambda) = \sum_{i=1}^4 K_i(t, \lambda) H_i(\alpha, \beta, r)$$

という式によって,  $t \gtrsim 0.5$  ではうまく説明されることを示した。 $\alpha, \beta, r$   
というのは crystal axes に対する applied field の方向余弦で,  $H_i(\alpha, \beta, r)$   
は Kubic harmonics である。ここで重要なことは  $K_3/K_4$  が t に  
は余りよらないということである。

non-locality に関して H-W よりもうひとつ上の項を加えると, Order  
- parameter にも異方性が表われ, その結果  $K_3$  と  $K_4$  は  $\epsilon$  に関しては同程  
度の大きさをもつことが判る。また  $T_c$  の近辺で, 不純物のない時には,  
 $K_3/K_4$  は全く t-independent である。

近着の Williamson (preprint '70) のレポートによると, この傾向は  
かなりの温度領域にわたるといふ。また, V は Nb よりも大きい  $K_2/K_3$  を  
もち,  $K_3/K_4$  についてはこの逆である。 $K_1$  は t と  $\lambda$  のほかに, Fermi  
surface の形状によって決まる parameter をいくつかづつ含んでいる。い



和田 靖

ろいろな Sample に関する  $H_{c2}$  から, Fermi Surface に関する情報が得られるものと思う。

。 高中健二 (東北大工)

「低温での pure 超電導体の  $H_{c2}$  の異方性について」

pure Nb の最近の実験によれば,  $1.4^\circ\text{K} > T > 0.06^\circ\text{K}$  の温度範囲で,  $H_{c2}$  は次の式で表わされる。

$$H_{c2}(t) = H_{c2}(0) (1 + \eta t^2 \ln t)$$

ここで  $t = T/T_{c0}$ 。  $H_{c2}(0)$  と  $\eta$  は外場をかける方向により異なり, Fermi 面の異方性を表わしている。

Hohenberg-Werthamer<sup>2)</sup> の理論を pure な場合に使って計算すれば,

$$H_{c2}(0) = \frac{2\pi^2 T_c^2}{e r} \exp \{ - \langle \ln v_\perp^2(\underline{p}) \rangle \}$$

$$\eta = \frac{16 \zeta(2) T_c^2}{e H_{c2}(0)} \lim_{p \rightarrow +0} p \langle v_\perp^{2p-2}(\underline{q}) \rangle$$

となる。  $\langle \dots \rangle$  は Fermi 面上での平均,  $v_\perp(\underline{q})$  は momentum  $\underline{q}$  を持ち, 外場に垂直な速度成分,  $\ln r = 0.65$ ,  $\zeta(2)$  はリーマンのツェータ関数である。

これから,  $H_{c2}(0)$  は Fermi 面の gross な性質により,  $\eta$  は local な性質により決ることがわかる。したがって, 低温での  $H_{c2}$  を測ることにより, Fermi 面の形を知ることができる。

1) S. J. Williamson and L. E. Valby, PRL 24 (1970) 1061

2) P. C. Hohenberg and N. R. Werthamer, PR. 153 (1967) 493

。 桜井明夫 (物性研)

「磁気不純物を含んだ超伝導体に関するコメント」

磁気不純物を含む BCS 型の超伝導体には, 超伝導 gap の中に最低励起状態

のことが知られている（宗田，松浦，長岡）。Fowler-Maki, Zittartz-Müller-Hartmann 等の近似計算によれば，電子・不純物間の反強磁性的交換相互作用  $J$  が強くなると，この level は次第に Fermi level に近づき，（ $T_k$  近藤温度  $> T_{c0}$  pure な super の転移温度）で，Fermi level をこえる。ス波は古典的極限（ $JS = \text{一定}$ ， $S \rightarrow \infty$ ）で，スピンの量子効果を無視すれば問題は厳密にとけることを示したが，この時も gap 内の level は定性的に同様のふるまいをする。

ここで指摘したいのは，これが基底状態と最低励起状態との間の level crossing をあらわしていることである。超伝導体の order parameter の空間変化を無視すれば，系のハミルトニアンは容易に対角化され，Bogoliubov 流に基底状態をはっきりと定義することができる。弱い相互作用の際の基底状態を  $\Psi$ ，最低励起状態を  $\Psi'$  とするならば， $|J| > |J_{\text{critical}}|$  に対しては， $\Psi'$  と  $\Psi$  の関係が逆転する。 $\Psi$  は，local に集った電子数がゼロの状態， $\Psi'$  は  $-1$  の状態である。（ $\Delta$  の空間変化を入れても，電子スピンを localize する状態が， $|J| \rightarrow \text{大}$  で基底状態となる事情は，変らないであろう。）

量子スピンを不純物として持つ場合も，同様なことが期待されるから，強い  $J$  のときの基底状態に到達するには， $J \approx 0$  のときの励起状態から出発する摂動（長岡・松浦）が有効であろう。

。 黒田義浩（物性研）

「磁気的不純物を含む超伝導体に於ける Order Parameter の局所変化と Gap 中の Isolated Level」

磁気的不純物を含む超伝導体に於いて，不純物近傍の Order Parameter の局所変化が，Gap 中に生じる Isolated Level に与える影響を，簡単化されたモデルを用いて議論する。

先づ，モデル・ハミルトニアンとして，次のものを仮定する。

$$\mathcal{H} = \sum_{p,\sigma} \epsilon_p c_{p\sigma}^+ c_{p\sigma} + \sum_{p,q,\sigma} \frac{v_\sigma}{N} c_{p\sigma}^+ c_{q\sigma} + \sum_{p,q} \{ \Delta(p+q) c_{p\uparrow}^+ c_{q\downarrow}^+ + \text{h.c.} \}$$

和田 靖

ここで,  $\epsilon_p$  は, 自由電子の運動エネルギー,  $v_\sigma$  は, Spin-dep. Impurity Pot. (ここでは,  $v_\uparrow = -v_\downarrow = v$ ),  $\Delta(q)$  は, 求めている基底状態によって, Self-consistent に定められるべき Pair Pot. で, 次の様に定義される。

$$\Delta(q) = \frac{I_0}{N} \cdot \sum_p \langle C_{-p+q\downarrow} C_{p\uparrow} \rangle ,$$

$I_0$  は, 電子間の引力相互作用である。

次に, 上記ハミルトニアン中の最初の二項を対角化するような変換を行う。

即ち,

$$\begin{aligned} C_{p\sigma} &\Rightarrow e^{is} \cdot \tilde{C}_{p\sigma} \cdot e^{-is} \equiv \sum_q u_\sigma(p, q) \cdot \tilde{C}_{q\sigma}, \\ e^{is} \left[ \sum_\sigma \sum_{p \geq 0} \epsilon_p \tilde{C}_{p\sigma}^+ \tilde{C}_{p\sigma} + \sum_\sigma \sum_{p \geq 0} \sum_{q \geq 0} \frac{2v_\sigma}{N} \tilde{C}_{p\sigma}^+ \tilde{C}_{q\sigma} \right] \cdot e^{-is} \\ &\Rightarrow \sum_\sigma \sum_{p \geq 0} \tilde{\epsilon}_{p\sigma} \tilde{C}_{p\sigma}^+ \tilde{C}_{p\sigma} , \end{aligned}$$

ここで,  $\tilde{\epsilon}_{p\sigma}$  は, Impurity Pot. の影響を含んだ状態のエネルギーである。すると, ハミルトニアンは, 次の様に表わされる。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \sum_\sigma \sum_{p \geq 0} \tilde{\epsilon}_{p\sigma} \tilde{C}_{p\sigma}^+ \tilde{C}_{p\sigma} + \sum_{p \geq 0} \sum_{q \geq 0} \tilde{\Delta}_a(p, q) [\tilde{C}_{p\uparrow}^+ \tilde{C}_{q\downarrow}^+ + \text{h.c.}] \\ \tilde{\Delta}_a(p, q) &\equiv \sum_{r \geq 0} [\Delta(0) - \Delta(2r)] \cdot u_\uparrow(p, r) \cdot u_\downarrow(q, r) + \\ &\quad + \sum_{r \geq 0} \sum_{s \geq 0} [\Delta(r-s) + \Delta(r+s)] \cdot u_\uparrow(p, r) \cdot u_\downarrow(q, s) . \end{aligned}$$

上の表式から解かれるように,  $\tilde{\Delta}_a(p, q)$  を通して,  $v_\sigma$  と  $\Delta(q)$  の効果は, 全く同等に取り扱われる。

実際の計算は, F-space が1次元の場合に,  $u_\sigma(p, q)$  及び  $\Delta(q)$  を, 夫々,  $v_\sigma$  に関する展開の形で求め, それを用いて,  $\omega_D / \epsilon_F \ll 1$ ,  $\pi \rho |v| \ll 1$  の近似の範囲内で, Isolated Level のエネルギー  $\omega_0$  を求めた。結果は, 次の通りである。

$$\omega_0 / \Delta_0 = \pm \left\{ 1 - 2(\pi\rho v)^2 + 2(\pi\rho v)^4 - \pi(\pi\rho|v|)^3 - \frac{\pi^2}{8}(\pi\rho v)^4 + \dots \right\},$$

ここで,  $\Delta_0$ ,  $\rho$  は, 夫々, Pure Superconductor の gap 及び Fermi 面の状態密度であり, エネルギー  $\omega_0$  は, Fermi 面から測ったものである。

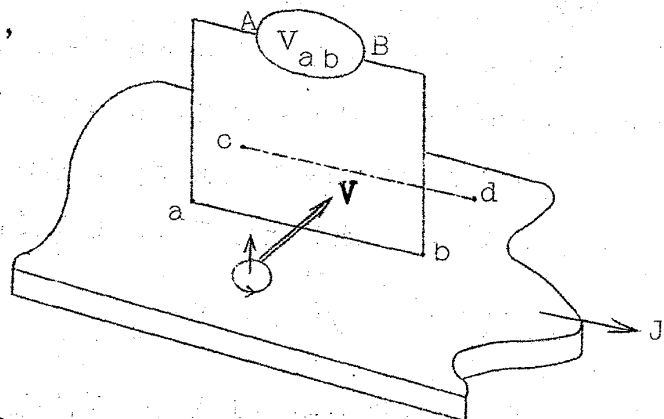
## 8/29 超伝導

◦ J.R.Clem (Iowa state)

「超伝導体における Flux-Flow ノイズ電圧の理論」

Mixed state にある超伝導体に  
電流  $J$  を流し, 試料の表面の 2 点  $a$ ,  
 $b$  を電圧計につないだ時, 測定され  
る  $V_{ab}$  は

$$V_{ab} = (\Psi_a - \Psi_b) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{a,c}^b \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$



で与えられる。 $\Psi_a - \Psi_b$  は  $a$   $b$  間の  
スカラーポテンシャルの差, ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  に対する積分路  $c$  は電圧  
計を通過して  $a$  から  $b$  までであり, 従って  $V_{ab}$  は回路の配置の仕方に依存して  
くる。 $\Psi$ ,  $\mathbf{A}$  は London モデルに立った Bardeen-Stephen の理論を用い  
て計算される。1 本の flux が  $ab$  の垂直 2 等分線上を速度  $v$  で横切って進む  
時,  $V_{ab}$  対  $t$  の曲線はその時間積分が  $\phi_0 / c = h / 2e$  で与えられ Lorent-  
zian になる。但し回路の配置によって (例, 導線を面に垂直に立てた時, そ  
の導線の長さ) 曲線の高さと巾が変化する。

一般に  $V_{ab}$  は各 flux からの寄与の和になる。ノイズ電圧  $\delta V_{ab}(t) = V_{ab}(t) - \bar{V}_{ab}$  の自己相関関数  $\psi(T) = \overline{\delta V_{ab}(t) \delta V_{ab}(t+T)}$  を求め, power spectrum  $W(f)$  を計算する。(一は時間平均)  $\psi(T)$  には flux

和田 靖

の分布，運動等の情報が含まれる。速度  $v$  が一様で，分布がランダムの時， $W(f) \sim \exp(-2\pi f/f_0)$ ， $f_0 = v/L$  となる，但し  $L$  は  $a, b$  の距離。分布が  $\rho_c$  のオーダーで整列している時は  $\delta V_{ab} \sim 0$  となり， $W(f)$  の特性周波数は  $v/\rho_c \ll f_0$  となる。

(追記，LT12の講演では，上記と異なる分布の場合の  $W(f)$  の議論，及び，cross power spectrum ( $a, b$  と並行な2点  $c, d$  でも電圧を測り， $\delta V_{ab}(t) \delta V_{cd}(t+T)$  を見る) の議論がされた。)

(高山 記)

## 8/29 Helium

◦ C.G. Kuper (Technion, Israel)

希薄な  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  溶液中の  $\text{He}^3$  原子間有効相互作用

$\text{He}^4$  液体中の  $\text{He}^3$  の原子間相互作用には， $\text{He}^3$  原子の周囲の  $\text{He}^4$  原子を媒介とした効果が含まれる。有効相互作用のこの部分については  $\text{He}^3$  原子近傍の  $\text{He}^4$  の密度の分極効果を考えた近似式が Bardeen, Baym 及び Pines により，波数  $k=0$  の成分として次のように提案された。

$$V_{(0)}^{\text{eff}} = -\alpha^2 m_4 s^2 / n_{4,0}$$

ただし， $n_{4,0}$  は単一系のときの  $\text{He}^4$  の数密度， $m_4$  及び  $s$  は  $\text{He}^4$  の原子質量及び混合系での音速，最後に  $\alpha$  はいわゆる excess molar volume である。希薄な混合系の  $\text{He}^3$  及び全体としての数密度を  $n_3$ ， $n$  と書けば， $\alpha$  はまた次式で与えられる。

$$n = n_{4,0} - \alpha n_3$$

ところで，希薄  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  系の圧力下での熱力学的な量の測定値の解析には，BBP の提案した  $V_{(0)}^{\text{eff}}$  が必ずしも consistent でないことがわかって来た。たとえば圧力  $P=0, 10, 20$  atm の時の  $\alpha$  の直接測定 (Eckstein et. al.) と，他方浸透圧の測定 (Landau et. al.) から上式を用いて導出した  $\alpha$  を比較すると， $P=0$  では双方は近い値を示すが， $P=20$  atm では上

記 BBP の表式から求めたものは  $-\alpha^2 = +0.002$  となって矛盾を示す。おそらくは  $\alpha$  の  $P$  及び  $\text{He}^3$  濃度依存性を正しく考えて  $V_{(0)}^{\text{eff}}$  の表式を再導出する必要があると思われる。

そこで希薄混合系のフリーエネルギー  $F$  を  $\text{He}^3$  の数密度  $n_{3\uparrow}$ ,  $n_{3\downarrow}$  で展開した形式を考えよう。

$$E/\Omega = E_0 + (n_{3\uparrow} + n_{3\downarrow}) E_1 + (n_{3\uparrow} k_{F\uparrow}^2 + n_{3\downarrow} k_{F\downarrow}^2) E_2 \\ + \frac{1}{2} (n_{3\uparrow}^2 + n_{3\downarrow}^2) E_3^+ + n_{3\uparrow} n_{3\downarrow} E_3^- + \dots$$

ただし,  $k_{F\sigma} = (6\pi n_{\sigma})^{1/3}$

各項はそれぞれ簡単な意味を持ち, 係数  $E_1$  は, また熱力学的考察から決定される。結局 excess molar volume  $\alpha$  を  $F/\Omega$  の表式に対応して  $P$  依存性の異なる項の和に展開することにあたる。

$$\text{molar volume} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots$$

たとえば

$$E_0 = \left\{ \int_0^P n_{4,0}^{-1}(p) dp + c_0 \right\} n_{4,0} - P$$

$$E_1 = \int_0^P \left( \frac{\alpha_1}{n_{4,0}} \right) dp + c_1$$

.....

この形式では BBP の  $V_{(0)}^{\text{eff}}$  に対応して, ( $\mu$  は chemical potential)

$$(V_{\text{eff}}/\Omega) = \lim_{n_3 \rightarrow 0} (\partial \mu_{3\uparrow} / \partial N_{3\uparrow})_P = -(1 + \alpha_1)^2 m_4 S^2 / n_{4,0}$$

$\alpha_1$  の  $P$  依存性を考察すれば, 先にあげた Eckstein et. al の測定値を正しく解析できると思われる。勿論 dilute limit あるいは  $P \rightarrow 0$  の limit では BBP の表式のその極限の形式が成立することは当然であるが,  $P$  が有限のところでは  $\text{He}^3$  部分系の統計効果が重要であることが推論される。

(上記の  $F$  の展開や  $\alpha_1$  に対応して, 有効相互作用  $V_{(k)}^{\text{eff}}$  を  $(k/2k_F)$  の

和田 靖

巾で表現した時、各項の圧力変化が大きいことが推論されている。

A.C.Anderson の lecture 参照)

(田中 記)

。 斎藤慎八郎 (東北大金研)

「 $^3\text{He} - ^4\text{He}$  混合液体の  $\lambda$  点近傍での N.M.R 線巾

最近,  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  混合液体の物性がいろいろ測られるようになった。初めの頃は  $^3\text{He}$  が理想的準粒子とみなせるような希薄な濃度のもの、(特に  $0^\circ\text{K}$  でも相分離を起さない  $6\% ^3\text{He}$  以下のもの) について関心が寄せられたが、このころは、もっと濃い溶液についても測定の対象となって来ている。

われわれの関心は、現在  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  混合液体の核磁気緩和,  $T_1$ ,  $T_2$ , に向いている。これにふれるには、純  $^3\text{He}$  液体の  $T_1$  と  $T_2$  について一寸説明せねばならない。純  $^3\text{He}$  液体の  $T_1$  の測定は 1950 年代からあり、最近になってもまだ行われている。<sup>1)</sup> いずれも数百秒という長い  $T_1$  が得られているが、このように多くの測定が行われる理由は、測定グループ、使用容量などによって異なる結果が得られることにある。その原因は、 $T_1$  が  $^3\text{He} \leftrightarrow ^3\text{He}$  による本質的な緩和機構のほか容器の壁や impurity による heterogeneous relaxation の寄与を含んでいるからだと説明されている。<sup>2)</sup>

ところで、液体の核磁気緩和に関する B.P.P 理論<sup>3)</sup> によれば、拡散係数,  $D$ , から得られる相関時間  $\tau_c$  とラーモア周波数  $\omega_0$  との積が,  $\omega_0 \tau_c \ll 1$  のときは  $T_1 = T_2$  が成立する。純  $^3\text{He}$  液体ではこの条件が成立しているとみられるので  $T_2$  も数百秒のはずである。しかるにこれまでの実測では 1 桁から 3 桁も小さい値しか得られていない。これが測定上の何らかの手落ちからくるものか、または heterogeneous relaxation の機構が本質的に  $T_1$  と  $T_2$  と対して別の結果を与えるものなのか、はきたわかっていない。

$^3\text{He}$  に  $^4\text{He}$  を混ぜていって  $66.8\% ^3\text{He}$  よりも薄い溶液になると、 $0.87 \sim 2.17^\circ\text{K}$  の間に  $\lambda$  転移をもつ。<sup>4)</sup> ソ連の Grigorev<sup>4)</sup> らは、最近、混合液体の  $T_1$  が polar な材質の容器のとき  $\lambda$  点附近で異常を示すことを見出した。また Horvitz<sup>1)</sup> は充分注意してきれいにした容器と材料で、 $\lambda$  点で  $T_1$  に異常があることを報告している。

われわれは  $^3\text{He}-^4\text{He}$  混合液体の N.M.R. 線巾がやはり  $\lambda$  点附近で異常を示すことを見出した。<sup>5)</sup> non-polar とされている pyrex 容器の場合にもこの異常はやや小さくなりはしたが、観測された。

これら,  $T_1$ ,  $T_2$  の異常に寄与すると考えられるものには, 1) heterogeneous relaxation の  $\lambda$  点附近での異常, 2)  $^4\text{He}$  の  $\lambda$  転移にともなう critical fluctuation, 3)  $\lambda$  点における密度, 拡散係数の変化, などがある。これらのどれがどのくらいの寄与をもつか, また critical index はどうか, などの問題については今後のより精密な実験に期待せねばならない。

- 1) E.P. Horvitz, Phys. Rev. A. 1 (1970) 1708
- 2) F.L. Low and H.F. Rohrschach, Phys. Rev. 120 (1960) 1111
- 3) N. Bloembergen, E.M. Purcell and R.V. Pound. Phys. Rev. 73 (1948) 679
- 4) V.N. Grigorev et al, Soviet Phys. J.E.T.P. 29 (1969) 11
- 5) S. Saito, G. Terui and E. Kanda, Proceedings of I.T. 12, Kyoto (1970)

◦ G. Ahlers (Bell Labs)

「Heat Flow in Liquid He at High Critical Velocities」

長いシリンダー状の He II の中の heat flux  $q$  の測定をした。結果は,  $T_\lambda$  で発散する Gorter-Mellink の相互摩擦係数によって理解され Erben と Pobell が考えた様な熱流による  $T_\lambda$  の減少は考えなくて良い。又, Bhagat と Winer の "critical heat flux" の考えも, 新しい critical velocity の導入という考えで解釈する必要はない。

測定は, 内径  $2 \times 10^{-2}$  cm, 外径  $4 \times 10^{-2}$  cm, 長さ 8 cm の capillary 中の He II についてなされた。

heat current が遅い場合は  $\nabla T \sim q$ , 早くなると,  $V_s (\nabla T, \nabla P, F_{sn})$  となり,  $V_s$  は frictional force,  $F_{sn}$  に依存する。 $F_{sn}$  は,



$$F_{sn} = A \rho_s \rho_n |V_s - V_n|^{m-1} (v_s - v_n) \quad (1)$$

とかかれ, Vinen の Vortex Line の実験等により,  $m=3$  と考えられている。capillary を通しての heat current は次の式で与えられる。

$$\dot{q} = \rho_s S T (S/\rho_n A)^{\frac{1}{m}} (\text{grad } T)^{\frac{1}{m}} \quad (2)$$

この式は, viscosity 効果がない場合確立されていて,  $m$  は 3 から 4 の間の値が報告されている。 $T_\lambda$  近傍では, Gorter-Mellink const.  $A$  は,  $A = a(T_\lambda - T)^\alpha$  で与えられ,  $\rho_s = k(T_\lambda - T)^{\frac{2}{3}}$  である。(2) 式を積分して, 長さ  $L$  の管に対して

$$q = k S T \left[ S/(\rho_n a L y) \right]^{\frac{1}{m}} (T_\lambda - T)^{\frac{y}{m}} \quad (3)$$

をうる。 $y = 1 - \alpha +$

$2m/3$ , Fig. 1 に

測定結果を示す。

$m=3$  と  $m=4$  とした

場合が各々実線と破線で示してある。Fig. 1

に見られる様に  $T_\lambda$  から

の れの大きい場合

$q$  は別の温度依存性を

示す。これは, 本質的

なものでなく,

geometry effect

である。

この様に, mutual

friction の考え方

で, 一応  $q$  の温度依存

性は説明がつく。

(大林 記)

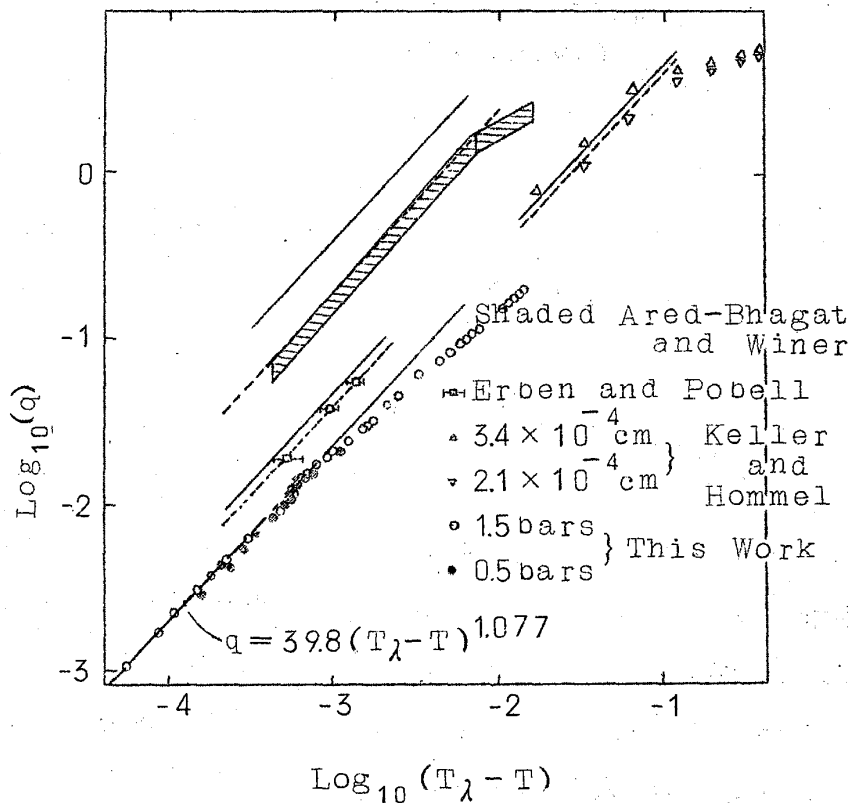


Fig. 1

• B. Brandow (Battelle Seattle)

「Perturbation Theory of Liquid He<sup>4</sup>」

相互作用しているボーズ粒子系の基底状態および励起状態の研究は、かつて Brueckner-Sawada, Belyaev, Hugenholtz-Pines 等の注目すべき成果をうんだ。一方、そこでは、相互作用のうち引力部分を見捨てるとか、ボーズ系の特徴である強い depletion の効果を考えないとか、とくに、相関としては 2 体相関までしか考えないというような、いくつかの近似の上にたったものであった。最近、核物質での相関の問題が Bethe et al, Fadeev 等により再検討されて、3 体及び 4 体相関の寄与を評価しようとする試みが盛んになってきた。とくに、4 体相関まで入れることは Jastrow 型の変分波動関数による結果と、理由はわからないがよく一致することが示された。ここでは、核物質で発展されつつある 3 体および 4 体の相関効果を取り入れる手法とのアナロジーから、Goldstone の定理をボーズ系に適用することを考える。実験事実からの要請を考慮して、4 体の相関まで取り入れることを試みる。変分原理、Hugenholtz-Van Hove の定理等を援用して、具体的にエネルギーを計算するスキームを提示した。また、別にわかった数値を考慮して解析し、depletion term と anti-depletion term を同時に取り入れることが必要であることを明らかにした。変分原理から Hartree 型の理論を基礎づけることが、一つの問題となろう。

なお、この話は LT12 でも発表される。

(三沢 記)

• T.R. Koehler (IPM San Jose)

「Self-Consistent Phonon Theory Applied to Solid Helium」

著者が Werthamer とともに発展させてきた self-consistent phonon theory を固体ヘリウムに適用した話をした。ヘリウムの特徴は、一つの原子が周りの原子から作られるポテンシャルのなかで著しい零点振動をしていることである。このとき、全ハミルトニアンのうちで、原子の変位について 2 次の調和項と、それより高次の非調和項に分離することを試みる。調和項のきめ方については self-consistent の条件を課することにする。すなわち、ポテンシャルが与えられたとしたとき、その位置に関する 2 階微分の基底状態に

和田 靖

ついでに期待値からハミルトニアン調和項の大きさがきまるが、逆に、相関を無視したときの波動関数にガウス型の波動関数を仮定したとき、その拡がり調和項の大きさから決定される。このようにしてきめた調和項を用い、さらに異なる原子間の相関にはJastrow型の相関を仮定する。ハミルトニアンのうち残った項、例えば3次の非調和項は、いわば3-フォノン過程として、そのエネルギーへの寄与が評価できる。このとき、Jastrow型の相関の効果としてポテンシャルが補正を受け、いわば有効ポテンシャルというべきものになる。この有効ポテンシャルを改めて出発点のポテンシャルと考え直すという手順を踏むことにする。

具体的な例としては b. c. c. 構造をもつ固体ヘリウム3の(110)方向について3つの異なる音波のモードの分散式を計算した。現在のところでは、実験とあまりよく一致せず、とくに soft mode での不一致が著しいが、今後の理論の発展が望まれる。(三沢 記)

c. G. Ahlers (Bell Labs)

「超流動転移点近傍での  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  混合液の熱伝導度」

(Thermal conductivity of a  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  mixture near the superfluid transition)

純粋な  $\text{He}^4$  では熱伝導度( $\kappa$ )は  $T_\lambda$  で発散する。 $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  の混合液に於ては、 $\kappa$  は特異性を示すが有限である。この差異に着目して、1.5 mole % の  $\text{He}^3$  を含む  $\text{He}^4$  溶液の  $T_\lambda$  ( $=1.946\text{ K}$ ) 近傍での熱伝導度の精密測定を行った。結果を図1に示す。

$T < T_\lambda$  では、二流体モデルによる effective な熱伝導度( $\kappa_{\text{eff}}$ )とよく合う。挿入図に見られる様に  $T < T_\lambda$  での  $T_\lambda$  近傍の  $\kappa_{\text{eff}}$  の特異性は実験誤差の範囲内である。しかし、 $T > T_\lambda$  で

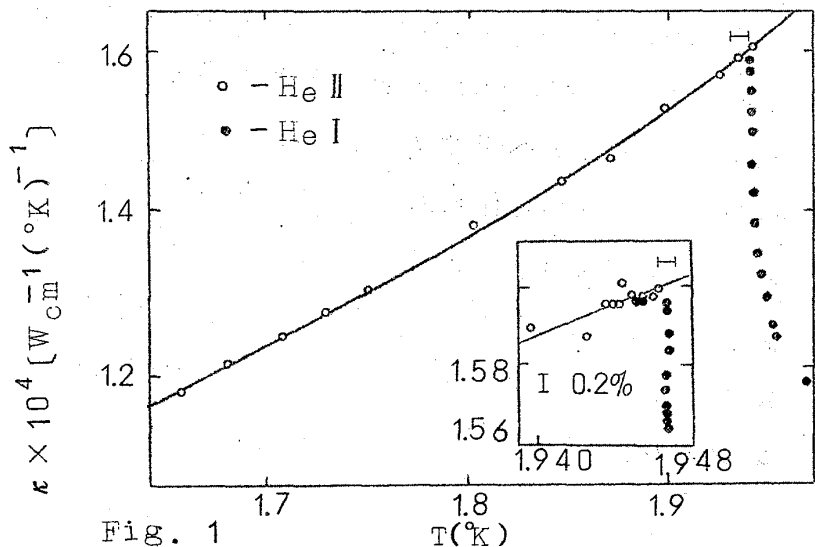


Fig. 1

$\kappa$  は特異性を示す。この事情を見るために 図 1 の挿入図中の横線の温度範囲を拡大したものが 図 2 である。熱伝導度は、試料中に温度勾配を作って測定するので、どうしても濃度の勾配ができる。従って、 $T_\lambda$  近傍では、He I と He II の 2 相共存領域ができてしまい、試料の温度も、平均温度で考える必要がある。

混合液の normal mode は Griffin によると

$$D_{A,E} = \frac{1}{2} \{ (1+Z_2)D + D_T \pm \left[ (D-D_T)^2 + 2Z_2D(D+D_T) + Z_2^2 D^2 \right]^{1/2} \}$$

で与えられる。 $D_A$ ,  $D_B$  は、mass diffusion mode と、heat conduction mode の diffusivity である。 $D_T = \kappa \rho^{-1} C_{pc}^{-1}$  は thermal diffusivity,  $\rho$ : density,  $C_{p,c}$ . 定圧・定濃度での熱容量,  $D$ : mass diffusion 系数,  $Z_2$  は  $C=0$  で零になるパラメーターである。dynamical scaling law から、 $D_A$ ,  $D_B$  のどちらかが発散する。実験により  $D_T$  は有限であるから  $D$  が発散するはずである。 $D_T/D$  で展開すると、 $D_A \sim D$ ,

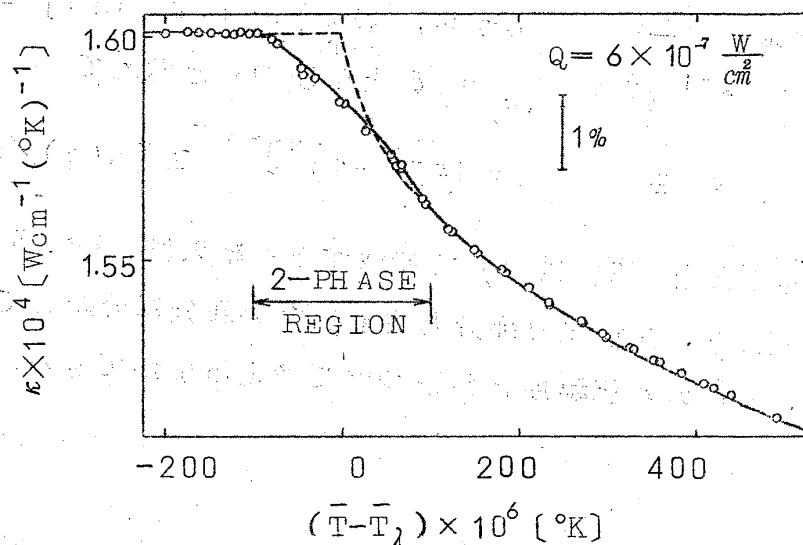


Fig. 2

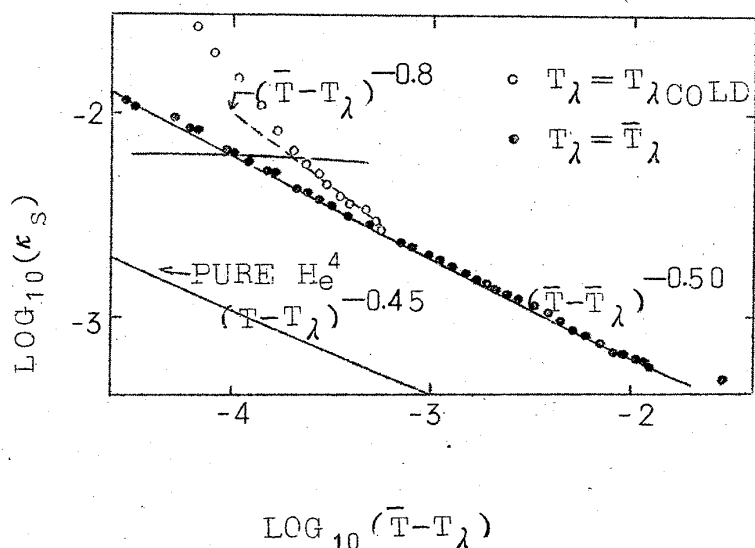


Fig. 3

和田 靖

$D_E \sim D_T$  をうる。 $\kappa$  が発散しない事を考えて,  $\kappa \cong a [c + f(\epsilon)]^{-1}$   $f(\epsilon) > 0$ ,  
for  $\epsilon > 0$   $a = \kappa_\lambda C$  とする。 $\kappa_\lambda$  は  $T_\lambda$  での熱伝導度。 $C=0$  で  $\kappa$  は  $\text{He}^4$  の  
熱伝導度に一致する事から,  $\lim_{c \rightarrow 0} [a(c) f^{-1}(\epsilon)] = A \rho C_{p,c} u_2 \xi$   $C > 0$   
でも  $a f^{-1}$  が  $\rho C_{p,c} u_2 \xi$  と結びつくと考えて

$$\kappa_s \equiv a f^{-1} = [\kappa^{-1} - \kappa_\lambda^{-1}]^{-1} \cong [a(c)/a(0)] A \rho C_{p,c} u_2 \xi$$

を考えると,  $\kappa_s$  は  $T_\lambda$  で発散する。結果は Fig. 3. この様に, 混合液の熱  
伝導度も, 発散する部分と発散しない部分に分離して考えると, 発散する部分  
は,  $\text{He}^4$  の熱伝導度と結びつけて考える事ができる。

(大林 記)